2026 年中南民族大学程序设计竞赛 赛题讲解

SCMUPC Team

2026 年 5 月 23 日

试题难度

- 签到：C，I，K
- 简单：B，A，E，L
- 中等：G，J，H
- 困难：D
- 防 AK：M，F

C.Caps Lock

简要题意

给定参数 d 和一个仅包含大小写字母的字符串 s，按要求输出对应的字符串。

C.Caps Lock

出题人：Whalica

知识点：字符串

签到题，按题意模拟即可。

- 当 $d = 0$ 时，字符串不变，直接输出 s 即可。
- 当 $d = 1$ 时，将 s 中的所有小写字母变为大写字母，将所有大写字母变为小写字母，最后输出 s 即可。

总时间复杂度 $O(|s|)$ 。

简要题意

构造一个长度为 n 的任意数组，并给定查找值 x，使得华黎卡的二分查找算法返回错误的结果。

I. 二分查找

出题人：Whalica

知识点：二分，构造

签到题。

二分查找正确的一大重要前提是数组必须有序，本题没有要求构造的数组有序，所以只要构造一个完全逆序或者任意一个能使华黎卡的代码产生错误结果的数组即可。

注意 n, x, a_i 的范围限制，总时间复杂度 $O(n)$。

K. 死之河

简要题意

给定一个 $n \times m \times p$ 的三维网格，每个格点有一个互不相同的权值，求最小整数半径 r，使得无论球心放在哪个格点，半径为 r 的球都一定能覆盖权值最大的格点。

K. 死之河

出题人：Opus___

知识点：数学，几何，代码实现

设最大值位置为 (x, y, z)，由于最大值一定为 nmp，扫描输入时找到其坐标即可。若某个点到它的距离大于 r，则以该点为球心时无法覆盖最大值点。

因此答案为：所有格点到 (x, y, z) 的最远欧几里得距离向上取整。为保证精度，一般保存该距离的平方：$(i - x)^2 + (j - y)^2 + (k - z)^2$，最后再输出开平方后的结果。

K. 死之河

注意到题目的空间限制和数据范围，若存储所有格点，暴力寻找最远距离会超出内存限制，于是思考优化。

注意到八个角点的每一维独立最大化，因此最远点一定在长方体的某个角点。只需枚举八个角点到最大权值点的距离即可。

单组测试用例时间复杂度 $O(nmp)$。

K. 死之河

fun fact：原本本题没有空间限制。但愚蠢的出题人出好题后才发现，暴力做法可以通过本题。于是出题人又愤愤地研究了一晚上，最终成功研发出了刚好能卡掉暴力做法的空间限制与测试数据。~~成功证明了自己不是愚蠢的出题人。~~

B. 切披萨

简要题意

给定人数 n，要求用至多 $n-1$ 刀切圆形披萨。每刀必须是一条经过圆心的完整直径。切完后可以把一块或多块披萨分给同一个人，使得每个人拿到的总面积相等。

我们需要构造一种合法切法和分配方式。

B. 切披萨

出题人: 绫雨沐

知识点: 构造, 数学

- 当 $n = 1$ 时，不需要切，整张披萨给唯一的人即可。

B. 切披萨

- 当 $n > 1$ 时，直接切 $k = n - 1$ 刀。

其中，第 i 刀的角度为 $a_i = \frac{180i}{n} \ (1 \leq i \leq n-1)$。

排序后会得到 $2n-2$ 块披萨，其中有两块较大的扇形，编号分别为：$n-1$，$2n-2$，且它们的圆心角都是 $\frac{360}{n}$。其余块都是小块，圆心角都是 $\frac{180}{n}$。

B. 切披萨

所以分配方式为:

- 第 1 个人拿第 $n-1$ 块;
- 第 2 个人拿第 $2n-2$ 块;
- 其余每个人拿两块小块。

总时间复杂度 $O(Tn)$。

bonus: 本题存在 $k=\lceil\frac{n}{2}\rceil$ 解法。

A.PrimeMEX

简要题意

给定正整数 n，求不作为 n 的因子的最小质数。

A.PrimeMEX

出题人：Whalica

知识点：数学，思维，质数筛

首先，我们可以使用质数筛，筛出 10^5 内的所有质数，从小到大遍历质数，遇到的第一个不能整除 n 的质数就是答案。

但是，我们真的需要用到质数筛吗？

A.PrimeMEX

我们可以手动计算一下，前 7 个质数的乘积

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 = 510510 > 10^5$$

也就是说，我们只需要遍历前 7 个质数即可，10^5 的数据范围内没有更大的答案。

总时间复杂度 $O(1)$。

E. 查重危机（困难版）

简要题意

给定 n 个字符串，你可以将任意字符修改为小写字母，求可能产生的不同结果总数，结果对 998244353 取模。

E. 查重危机（困难版）

出题人：Reisentyan

知识点：排列数

我们先判断什么时候无解。

由于不同长度的字符串一定不会相同，所以我们只需要考虑长度相等的字符串即可。

E. 查重危机（困难版）

设长度为 l 的字符串共有 c_l 个，那么我们可以将字符串的每一位替换为 26 个小写英文字母的其中一个，总方案数为 26^l。

根据鸽巢原理，当 $c_l > 26^l$ 时，我们至少会构造出一对相同的字符串，此时直接输出 0 即可。

我们也不需要对所有长度 l 都做这样的检查，因为对于所有长度 $l \geq 4$ ，都有 $26^l > 10^5$ 恒成立，更大的 l 一定不会产生重复的字符串。

现在再来考虑如何统计答案。

对于一个合法的长度 l，方案数为从总的 26^l 个字符串里有序地选择 c_l 个字符串的方案数，即 $A_{26^l}^{c_l}$。

最终对所有合法的长度得到的答案求积即可，即

$$\prod_l A_{26^l}^{c_l}$$

总时间复杂度 $O(\sum |S_i| + n)$。

L. 华黎卡的异或集合

简要题意

给定一个参数 n，求最大的集合大小，使得集合只含有 $0 \sim n$ 之间的元素且所有元素的异或和恰为 n。

L. 华黎卡的异或集合

出题人：Whalica

知识点：位运算，打表

要求最大值，我们不妨直接把所有元素扔进去，看看要删多少才能使得异或和恰为 n。

而通过做题的积累或者对小范围的 n 进行 $0 \sim n$ 的异或和的打表，我们可以发现非负整数域的前缀异或和其实是有着明显规律的。

具体来说，记 S_n 为 $0 \sim n$ 的异或和，我们有

$$\mathsf{S}_n = \begin{cases} n, & n \equiv 0 \pmod 4 \\ 1, & n \equiv 1 \pmod 4 \\ n+1, & n \equiv 2 \pmod 4 \\ 0, & n \equiv 3 \pmod 4 \end{cases}$$

L. 华黎卡的异或集合

- 对于 $n = 1$ 和 $n \equiv 0 \pmod 4$ 的情况，我们都不需要删任何元素，所以最大值为 $n + 1$；
- 对于其他情况，可以证明至多删一个元素即可。

总时间复杂度 $O(T)$。

G. 华黎卡的绝对排列计数

简要题意

定义一个数组 c 的前缀和数组 S，其中

$$S_k = \sum_{i=1}^{k} c_i$$

给定数组 a，计算 a 有多少子数组的前缀和数组是**绝对排列**。

G. 华黎卡的绝对排列计数

出题人： Whalica

知识点： 思维， 计数， 双指针

由于 $|a_i| \leq 1$， 那么合法子数组的前缀和数组必须是严格单调的，所以只有三种情况的子数组满足题意：

- $[1, -1], [-1, 1]$
- $[0(, 1, 1, \cdots)]$
- $[0(, -1, -1, \cdots)]$

第一种情况遍历数组统计即可， 后两种情况可以使用双指针的方式在 $O(n)$ 的时间内解决。单组测试用例时间复杂度 $O(n)$。

J. 七载相约：千宵余香

简要题意

初始香气为 X。依次经过 n 个节点，在第 i 个节点会消耗 i 单位香气。消耗后，剩余香气必须能被 K 整除，且只有 $\frac{1}{K}$ 的香气保留到下一节点。

已知经过 n 个节点后最终剩余 R，求满足条件的最小初始香气 $X \pmod{10^9+7}$。

J. 七载相约：千宵余香

出题人：Rorislux

知识点：数学，快速幂，乘法逆元，数列求和 / 错位相减法

设进入第 i 个节点前的香气总量为 A_i，则答案为 $X = A_1$。

正向转移为

$$A_{i+1} = \frac{A_i - i}{K}.$$

反向可得

$$A_i = A_{i+1} \cdot K + i.$$

因此，我们可以从终点开始逆推。由于逆推过程只包含乘法和加法，只要终点香气总量为整数，所有 A_i 都一定为整数，无需考虑无解情况。

J. 七载相约：千宵余香

可以对所有的 $1 \sim n$ 列出这个式子，全部加起来之后变为一个含 K 的幂的式子和一个等差乘等比类型的数列求和。

分别计算这两个式子即可，其中数列求和可以使用错位相减法求解。

总时间复杂度 $O(T\log n)$，其中 $\log n$ 是单组测试用例中快速幂的复杂度。

H. 纯白火山

简要题意

给定一个 n 个点、m 条边的连通无向图，边权表示道路长度。其中有 k 个特殊点设有喷泉，第 i 个喷泉会在时间 t_i 开始喷出白色蒸汽。白色蒸汽从该点出发，沿边以速度 1 向外扩散，到达某个建筑后即可清除该建筑的洋红蒸汽。

要求计算最少需要经过多少分钟，所有建筑都被至少一个喷泉的白色蒸汽覆盖并清除洋红蒸汽。

H. 纯白火山

出题人：CubeCat

知识点：图论，多源最短路

对于任意建筑点 v，如果第 i 个喷泉在点 s_i，开始时间为 t_i，那么它的白色蒸汽到达 v 的时间为：$t_i + dis(s_i, v)$ 其中 $dis(s_i, v)$ 表示从喷泉所在点 s_i 到点 v 的最短路长度。

所以每个点最早被清除的时间是：$\min_{i=1}^{k}\{t_i + dis(s_i, v)\}$

H. 纯白火山

题目要求所有建筑都被清除，因此答案就是所有点最早被清除时间的最大值。和一般的最短路不同的是这里有多个起点，并且每个起点的出发时间不一样。处理方法是建立一个超级源点 S ，这个源点到每个时间起点间边的长度就是 t_i 。之后就变成了单源最短路。

值得一提的是，超级源点可以不用实际建出来，在入栈时处理可以达到相同的效果。

总时间复杂度 $O(\max\{m, n\log n\})$。

D. 勿忘我

简要题意

给定 n 个片段，分别在 $[a_i, a_i + b_i - 1]$ 天内自然被记住。另有终端容量 m，每天只能存储**已发生**（即 $a_i \le t$）的片段。

记 $f(t)$ 为第 t 天回忆起的最大不重复片段数。求

$$\min_{1 \le L \le n-l+1} \left(\max_{t=L}^{L+l-1} f(t) \right)$$

D. 勿忘我

出题人: Rorislux

知识点: 贪心，差分，前缀和，滑动窗口，单调队列

考虑贪心。

设第 t 天已发生的片段总数为 $s(t)$，自然记住的片段总数为 $c(t)$。由于已经自然记住 $c(t)$ 个片段，终端应优先存已发生而被未记住的片段，故终端额外贡献为 $\min[m, s(t) - c(t)]$。

所以最大记忆数 $f(t) = c(t) + \min[m, s(t) - c(t)] = \min[c(t) + m, s(t)]$。

其中，$s(t)$ 可通过起始点计数 + 前缀和求得；$c(t)$ 视为区间覆盖，用差分数组 + 前缀和求得。

用上述方法计算出所有 $f(t)$ 后，用单调队列扫一遍，维护长度为 l 的窗口最大值，最后取全局最小即可。

单组测试用例时间复杂度 $O(n)$。

M. 心的爱「心」午餐

简要题意

给定一片森林，每个点有点权 w_i 和属性 $c_i \in \{0, 1\}$，每条边有边权 W。选择至少 k 个点，且两种属性都至少选择 b 个。若一条边的两个端点都被选择，则额外获得该边边权。求最大总权值。

M. 心的爱「心」午餐

出题人: 绫雨沐

知识点: 树形背包

题目保证关系图是一片森林，因此可以在森林上做树形背包。

为了方便处理多棵树，新建虚拟根节点 0，向每个连通块任选一个点连一条边权为 0 的边。

这样整片森林就变成了一棵以 0 为根的树。

设

$$dp[u][j][t][s]$$

表示在 u 的子树中：

- 共选择了 j 个点；
- 其中属性为 1 的点有 t 个；
- s 表示 u 是否被选择；
- 当前能获得的最大权值。

初始化：

$$dp[u][0][0][0] = 0$$

$$dp[u][1][c_u][1] = w_u$$

M. 心的爱「心」午餐

考虑合并 u 的一个儿子 v，边 (u, v) 的边权为 W。

枚举：

- 当前 u 子树已选 i 个点，其中属性 1 有 t 个；
- v 子树选择 j 个点，其中属性 1 有 x 个；
- u 是否选择为 s；
- v 是否选择为 r。

转移为：

$$g[i+j][t+x][s] = \max\left(g[i+j][t+x][s], f[i][t][s] + dp[v][j][x][r] + s \cdot r \cdot W\right)$$

其中 $s, r \in \{0, 1\}$。

只有当 u 和 v 都被选择时，边 (u, v) 的权值 W 才会被加入答案。

因为所有点权和边权均不大于 0，多选点不会使答案变优。

所以"至少选择 k 个点"可以转化为"恰好选择 k 个点"。

设最终属性 1 的数量为 t，则属性 0 的数量为 $k-t$。

因此答案为:

$$\max_{b \le t \le k-b} dp[0][k][t][0]$$

复杂度看起来像 $O(nk^3)$，但树形背包合并可以用摊还分析。

合并两个大小分别为 a, b 的子树时，主要代价与

$$a^2 b^2$$

同阶。

对整棵树摊还后，总代价可以认为是 $O(k^4)$ 量级。

本题中 $\sum n, \sum k$ 较小，可以通过。

M. 心的爱「心」午餐

实现时需要注意：

- DP 中只需要保留 $j \le k$ 的状态；
- 对于固定的 j，属性 1 的数量 t 只需要枚举 $0 \le t \le j$；
- 不合法状态初始化为负无穷；
- 虚拟根节点 0 不能被选择。

单组测试用例时间复杂度可粗略记为 $O(nk^3)$，实际复杂度经过树形背包摊还后可以通过。

F. 在樱花之森上飞舞

简要题意

给定 m 棵以 1 为根的树。每次选择一个未染色的叶子 v，两人沿根到 v 的路径轮流走 $1\sim k$ 条边，走到 v 的人获得该叶子。求双方最优时的胜负。

F. 在樱花之森上飞舞

出题人：绫雨沐

知识点：博弈论、动态规划

先考虑单独一局。

设叶子 v 的深度为 d，每次可以走 $1 \sim k$ 条边。

这相当于一堆有 d 个石子的取石子游戏，每次取 $1 \sim k$ 个，取完者获胜。

但本题不能只判断当前局谁赢。

因为玩家的目标是最终染色数量更多，所以有时可能会故意输掉当前这一局。

设后续局面的胜负值为 x，表示下一局开始者最终比对手多染 x 朵花。

若当前玩家赢下这一局，收益为 $1-x$；若输掉这一局，收益为 $x-1$。

F. 在樱花之森上飞舞

令 $r = d \bmod (k+1)$，叶子可以分成三类：

$$\begin{cases} r = 0, & \text{只能控制自己输；} \\ r = 1, & \text{只能控制自己赢；} \\ r \geq 2, & \text{可以控制自己赢或输。} \end{cases}$$

设这三类叶子的数量分别为 a, b, c。

F. 在樱花之森上飞舞

若 $c = 0$，只有前两类叶子。

可以发现 b 类叶子会使行动权在两人之间交替，a 类叶子会给当前行动者送给对手。

因此最终胜负值为：

$$res = \begin{cases} a + 1, & b \text{ 为奇数;} \\ -a, & b \text{ 为偶数.} \end{cases}$$

若 $c > 0$，第三类叶子可以根据局势选择赢或输，因此可以调节最终胜负值。

令

$$x = a - c + 2 - (b \bmod 2)$$

则：

$$res = \begin{cases} x, & x \geq 0; \\ (-x) \bmod 2, & x < 0. \end{cases}$$

F. 在樱花之森上飞舞

最后根据 res 判断答案:

$$\begin{cases} res > 0, & \texttt{Rin;} \\ res < 0, & \texttt{Naoya;} \\ res = 0, & \texttt{Draw.} \end{cases}$$

对每棵树 DFS/BFS 求出所有叶子的深度并分类即可。

总时间复杂度 $O(S)$，其中 S 为所有树的节点总数。

谢谢！